

# Příklady na cvičení při přednášce „Základy jaderné fyziky“

## Důležité konstanty:

Klidová energie elektronu:	0,511 MeV
Klidová energie protonu:	938 MeV
Klidová energie neutronu	939,6 MeV
Energie spojená s jednou hmotnostní jednotkou:	931,5 MeV
Klidová energie deuteronu:	1875,6 MeV
Klidová energie částice alfa:	3727,4 MeV

$$\hbar c = 197,3 \text{ MeV}\cdot\text{fm} = 197,3 \text{ eV}\cdot\text{nm}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury:

$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = \frac{\alpha \cdot \hbar c}{m_e c^2} = 2,82 \text{ fm}$$

klasický poloměr elektronu:

$$\text{Avogadrova konstanta: } 6,022 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$$

U rychlosti pracovat v jednotkách rychlosti světla.

## 1) Úvod (práce s jednotkami a veličinami, opakování základů relativity, základní jednoduché kvantové vlastnosti)

1) Millikanův pokus. Určete náboj elektronu z údajů o Millikanově pokusu. Z nobelovské přednášky Millikana víme, že v gravitaci střední doba pádu kapičky ricinového oleje na dráze 1,303 cm byla 120,35 s. Při zapojení elektrického pole s intenzitou 6000 V/cm se objevily 4 skupiny dob stoupání na dráze 1,303 cm: 67,73 s, 26,40 s, 16,50 s a 11,90 s. Potřebné konstanty jsou: hustota vzduchu 1,29 kg/m<sup>3</sup>, hustota ricinového oleje 960 kg/m<sup>3</sup>. Dynamická viskozita vzduchu 1,83·10<sup>-5</sup> Pa·s. [R = 0,972 μm, v<sub>1</sub> = 0,108 mm/s, v<sub>2</sub> = 0,192 mm/s, 0,494 mm/s, 0,790 mm/s a 1,094 mm/s, Q = 1,676·10<sup>-19</sup> C, 3,362·10<sup>-19</sup> C, 5,015·10<sup>-19</sup> C a 6,713·10<sup>-19</sup> C]

2) Jádro helia má kinetickou energii 98 MeV. Určete jeho rychlost, hybnost a de Broglieho vlnovou délku. Jaký je rozdíl mezi rychlostí určenou relativisticky a v nerelativistickém přiblížení? [v = 0,225 c, p = 860,3 MeV/c, λ = 1,43 fm, nerelativistická je o 1,96 % větší]

3) Proton má kinetickou energii 570 MeV. Určete jeho rychlost, hybnost a de Broglieho vlnovou délku. Jaký je rozdíl mezi rychlostí určenou relativisticky a v nerelativistickém přiblížení? [v = 0,783 c, p = 1180,8 MeV/c, λ = 1,05 fm, nerelativistická je 1,1 c]

4) Jakou má vlnovou délku a frekvenci elektromagnetické záření, které je vyzářováno pomocí fotonů s energií 2 eV, 40 keV a 1,5 MeV. Jaký počet fotonů vyzářují zdroje s výkonem 10 W, které září v dané oblasti spektra? [λ = 618,6 nm, 0,0309 nm, 0,824 pm, ν = 0,484 PHz, 9,7 EHz, 0,364 ZHz, N = 3,12·10<sup>19</sup> s<sup>-1</sup>, 1,56·10<sup>15</sup> s<sup>-1</sup>, 4,16·10<sup>13</sup> s<sup>-1</sup>]

5) Jaká je energie excitovaných stavů v atomu vodíku? Jaká je rychlost elektronu a jejich kinetická energie? Jakou vlnovou délku má světlo, které se vyzáří při přechodu mezi třetím a druhým excitovaným stavem? Při řešení využijte Bohrov model atomu. [ $E_K = 13,61 \cdot (1/n^2)$  eV,  $v = 0,00730 \cdot (1/n)$  c,  $\lambda = 655,5$  nm]

6) Elektrony s energií 20 eV se rozptylovaly na krystalové mříži s mřížkovou konstantou 6 nm. V jaké vzdálenosti od původního směru letu elektronů se na fotografické desce ve vzdálenosti 2 m od krystalu se zobrazilo první interferenční maximum? [ $\lambda = 0,274$  nm,  $\sin \vartheta = 0,02283$ ,  $x = 4,57$  cm]

7) Poločas rozpadu neutronu je 15 minut. Jaká je rychlost, celková energie a kinetická energie v souřadné soustavě, ve které je jeho poločas rozpadu 45 min. Určete de Broglieho vlnovou délku tohoto neutronu. [ $v = 0,943$  c,  $E = 2818,8$  MeV,  $E_K = 1879,5$  MeV,  $\lambda = 0,465$  fm]

8) Mezon  $\pi^+$  ( $m = 139,6$  MeV/c<sup>2</sup>) se rozpadá dominantně na mion a mionové antineutrino. Jeho střední doba života je 26 ns, Jaká bude jeho střední doba života v laboratoři, ve které má kinetickou energii 960 MeV. Jaká bude jeho rychlost, hybnost a de Broglieho vlnová délka? Jakou rychlost bude mít mion ( $m = 105,66$  MeV/c<sup>2</sup>) vyzářený ve stejném směru a v opačném směru, jakým se pohyboval  $\pi^+$  mezon v laboratoři a v těžišti, jestliže víme, že energie mionu, kterou má v těžišti, je 4,1 MeV? Dokažte, že je to opravdu taková energie. [ $\tau = 204,8$  ns,  $v = 0,9919$  c,  $p = 1090$  MeV/c,  $\lambda = 1,13$  fm,  $v$  (těžišťový systém) = 0,271 c,  $v$  (laboratoř ve směru) = 0,9953 c,  $v$  (laboratoř proti směru) = 0,9859 c, energie rozpadu  $Q = 33,94$  MeV]

9) Jaké jsou vlnové délky světla vyzářovaného vodíku podobným iontem hélia? [ $E_K = 54,44 \cdot (1/n^2)$  eV,  $v = 0,0146 \cdot (1/n)$  c,  $\lambda$ (do základního stavu) = 30,3 nm, 25,6 nm, ...  $\lambda$ (do prvního excitovaného) = 164 nm, 121,3 nm ...]

10) Jádro uranu 235 urychlené na urychlovači těžkých iontů na kinetickou energii 2,5 GeV/A se rozpadne alfa rozpadem. Částice alfa si v tomto případě odnáší v těžišťovém systému kinetickou energii 4,5 MeV. Jaká bude rychlost jádra uranu, jaká bude jeho de Broglieho vlnová délka? Jaká bude rychlost alfa částice v souřadném systému spojeném s jádrem a v laboratoři, pokud bude vyzářena ve směru pohybu uranu, proti směru jeho pohybu a kolmo na směr pohybu? Jaká bude kinetická energie, hybnost a de Broglieho vlnová délka alfa částice. [ $v = 0,9625$  c,  $\lambda = 0,0016$  fm,  $v$  (z pohledu jádra) = 0,0491 c,  $E_K = 4,5$  MeV,  $p = 183,2$  MeV/c,  $\lambda = 6,8$  fm,  $v$  (vyzářený po směru) = 0,9660 c,  $E_K = 10,68$  GeV,  $p = 13,92$  GeV/c,  $\lambda = 0,089$  fm,  $v$  (vyzářený proti směru) = 0,9587 c,  $E_K = 9,37$  GeV,  $p = 12,56$  GeV/c,  $\lambda = 0,099$  fm,  $v$  (vyzářený kolmo ke směru pohybu) = 0,9626 c,  $E_K = 10,23$  GeV,  $p = 13,45$  GeV/c,  $\lambda = 0,092$  fm]

11) Jaká musí být energie elektronu, aby se vlezl do atomu (rozměr zhruba 0,1 nm), do jádra s rozměrem 10 fm, aby „viděl“ struktury v jádře o rozměrech 1 fm, 0,1 fm a 0,01 fm. Jaká je rychlost a hybnost tohoto elektronu. [ $E_K = 0,15$  keV, 123 MeV, 1,24 GeV, 12,4 GeV a 124 GeV,  $v = 0,024$  c, 0,9999914 c, 0,999999915 c, 0,99999999915 a 0,9999999999915 c,  $p = 0,124$  MeV/c, 124 MeV/c, 1,24 GeV/c, 12,4 GeV/c a 124 GeV/c]

12) Jaká musí být energie alfa částice, aby „viděla“ jádro zlata o rozměru zhruba 14 fm. Jaká bude jeho hybnost a rychlost? Jaký bude poloměr dráhy této alfa částice v magnetickém poli 0,03 T. [ $E_K = 1,04$  MeV,  $p = 88,4$  MeV/c,  $v = 0,023$  c,  $R = 4,9$  m]

13) Kinetická energie protonu se v daném experimentu určuje pomocí doby letu. Jaká je energie protonu, který proletěl vzdálenost 4 m za 15, 19, 25 a 35 ns? Jaké jsou hybnosti těchto protonů. Jaké de Broglieho vlnové délky? Diskutujte, které z nich jsou relativistické a které jsou nerelativistické? [ $E = 2047,5 \text{ MeV}$ ,  $1316,6 \text{ MeV}$ ,  $1108,9 \text{ MeV}$  a  $1014,5 \text{ MeV}$ ,  $E_K = 1109,5 \text{ MeV}$ ,  $378,6 \text{ MeV}$ ,  $170,9 \text{ MeV}$  a  $76,5 \text{ MeV}$ ,  $p = 1820 \text{ MeV}/c$ ,  $923,9 \text{ MeV}/c$ ,  $591,5 \text{ MeV}/c$  a  $386,5 \text{ MeV}/c$ ,  $\lambda = 0,676 \text{ fm}$ ,  $1,33 \text{ fm}$ ,  $2,08 \text{ fm}$  a  $3,18 \text{ fm}$ ]

14) Proton byl urychlen v elektrostatickém poli s intenzitou  $1400 \text{ V/cm}$  po dobu  $1,5 \mu\text{s}$ , jaká byla jeho kinetická energie po urychlování, jak se zvýšila jeho hmotnost, jaká byla jeho hybnost, rychlost, de Broglieho vlnová délka? Jaká intenzita magnetického pole je potřeba, aby byl poloměr dráhy takto urychleného elektronu  $40 \text{ cm}$ ? [ $E_K = 2,11 \text{ MeV}$ ,  $(m-m_0)/m_0 = 0,225 \%$ ,  $p = 62,95 \text{ MeV}/c$ ,  $v = 0,067 c$ ,  $\lambda = 19,7 \text{ fm}$ ,  $B = 0,52 \text{ T}$ ]

## 2) Srážkové procesy (kinematika, nerelativistická, relativistická, ultrarelativistická)

1a) Proton s energií  $25 \text{ MeV}$  v laboratorní soustavě se pružně rozptýlí na deuteronu v klidu do úhlu  $30^\circ$ . Jaká bude energie rozptýleného protonu (jeho hybnost a rychlost)? Jaký bude úhel odrazu deuteronu? Jaká bude energie, hybnost a rychlost deuteronu? [ $E_K = 21,8 \text{ MeV}$ ,  $p = 202 \text{ MeV}/c$ ,  $v = 0,21 c$ ,  $E_K = 3,19 \text{ MeV}$ ,  $p = 109,4 \text{ MeV}/c$ ,  $v = 0,058 c$ ]

1b) Neutron z fúze s energií  $14 \text{ MeV}$  v laboratorní soustavě se elasticky rozptýlí na deuteronu v klidu do úhlu  $130^\circ$ . Jaká bude energie rozptýleného neutronu (jeho hybnost a rychlost)? Jaká bude energie, hybnost a rychlost deuteronu? Jaký bude úhel odrazu deuteronu? [ $E_K(n) = 2,25 \text{ MeV}$ ,  $p = 65,0 \text{ MeV}/c$ ,  $v = 0,0692 c$ ,  $E_K(d) = 11,76 \text{ MeV}$ ,  $p = 210,0 \text{ MeV}/c$ ,  $v = 0,112 c$ ,  $\varphi = 13,70^\circ$ ]

1c) Uhlík se rozptyluje na protonu. Najděte mezní úhel rozptylu. Pokud bude mít uhlík kinetickou energii  $12 \text{ MeV}$ , jaká bude energie odraženého protonu, pokud se uhlík rozptýlí do úhlu, který je polovinou mezního úhlu? [ $\vartheta_{\text{MAX}} = 4,81^\circ$ ,  $E(\text{proton}) = 0,267 \text{ MeV}$  nebo  $3,233 \text{ MeV}$ ]

1d) Uhlík  $^{12}\text{C}$  se rozptyluje na jádru  $^4\text{He}$ . Jakou část své energie ztratí: a) pod mezním úhlem, b) pod úhlem  $0^\circ$  c) pod úhlem  $13^\circ$ . [ $\vartheta_{\text{MAX}} = 19,5^\circ$ , a) ztratí  $50,03 \%$  energie, b) ztratí  $0$  nebo  $75,0 \%$ , c)  $8,5 \%$  nebo  $45,4 \%$ ]

2) Nerelativistický deutron se pružně rozptýlí na jádře uhlíku  $^{12}\text{C}$ . Určete úhel rozptylu deuteronu ( $m(d) = 2,013 \text{ u}$ ,  $m(^{12}\text{C}) = 11,997 \text{ u}$ )

- v laboratorní soustavě je-li v těžišťové soustavě  $45^\circ$
  - v těžišťové soustavě je-li v laboratorní  $80^\circ$
  - v těžišťové soustavě je-li v laboratorní  $90^\circ$
- [a)  $\vartheta = 38,9^\circ$ , b)  $\vartheta = 89,51^\circ$ , c)  $\vartheta = 99,66^\circ$ ]

3) Proton s energií  $14 \text{ MeV}$  se rozptyluje Rutherfordovým rozptylem na jádru uranu  $^{235}\text{U}$  v klidu, určete nejmenší vzdálenost, na kterou se k němu přiblíží, jestliže se rozptýlí do úhlu  $56^\circ$ , do dvojnásobku tohoto úhlu? Jaká je minimální kinetická energie? Jaká elektrostatická síla mezi jádry v té době působila? Určete v přiblížení, že je jádro uranu nepohyblivé. [ $b = 8,9 \text{ fm}$ ,  $r_{\text{min}} = 14,8 \text{ fm}$ ,  $E_{\text{kinmin}} = 5,1 \text{ MeV}$ ,  $F_e = 0,61 \text{ MeV}/\text{fm} = 97 \text{ N}$ ,  $b = 3,2 \text{ fm}$ ,  $r_{\text{min}} = 10,4 \text{ fm}$ ,  $E_{\text{kinmin}} = 1,3 \text{ MeV}$ ,  $F_e = 1,23 \text{ MeV}/\text{fm} = 196 \text{ N}$ ]

4) Alfa částice s energií 4 MeV se rozptýlí na jádře uhlíku v klidu do úhlu  $100^\circ$ . Na jakou nejmenší vzdálenost se k němu přiblíží? Jaká je její kinetická energie při tomto přiblížení? Jaká elektrostatická síla v té době mezi jádry? [ $r_{\min} = 6,21 \text{ fm}$ ,  $E_{\text{kinmin}} = 0,259 \text{ MeV}$ ,  $F_e = 0,45 \text{ MeV/fm} = 73 \text{ N}$ ]

5) Jakou minimální energii musí mít neutron, aby předal při nepružném rozptylu na jádře  ${}^9\text{Be}$  excitační energii 2,4 MeV? [ $Q = -2,4 \text{ MeV}$ ,  $E_{\text{PRAH}} = 2,67 \text{ MeV}$ ]

6) Určete minimální kinetickou energii dopadající částice alfa, kterou potřebuje k tomu, aby prošla nad coulombickou potenciálovou bariérou jádra  ${}^7\text{Li}$ . Vyvolá částice alfa této energie reakci  ${}^7\text{Li}(\alpha, n){}^{10}\text{B}$ ? [ $Q = -2,790 \text{ MeV}$ ,  $E_{\text{PRAH}} = 4,38 \text{ MeV}$ , coulombická bariera = 2,06 MeV]

7) Při jaké energii protonu bude neutron vzniklý v reakci  ${}^7\text{Li}(p, n){}^7\text{Be}$  v laboratorní soustavě v klidu. [ $Q = -1,645 \text{ MeV}$ ,  $E_K = 1,921 \text{ MeV}$ ]

8) Jaká bude energie rozpadu alfa jádra uranu 236? Jakou bude mít energii emitovaná alfa částice a jaká bude její rychlost a de Broglieho vlnová délka? [ $Q = 4,579 \text{ MeV}$ ,  $E_K = 4,501 \text{ MeV}$ ,  $v = 0,0491 c$ ,  $\lambda = 6,7 \text{ fm}$ ]

9) Jaká je prahová energie reakce produkce sodíku 24 na hliníku pomocí neutronů? Jaká bude kinetická energie vzniklé alfa částice, pokud bude emitována ve směru původního letu neutronu, jehož energie byla 10 MeV. Jaká bude rychlost alfa částice v laboratorní a těžišťové soustavě? [ $Q = -3,132 \text{ MeV}$ ,  $E_{\text{PRAH}} = 3,249 \text{ MeV}$ ,  $E_K(\alpha) = 6,70 \text{ MeV}$ ,  $v_\alpha(\text{lab}) = 0,0600 c$ ,  $v_\alpha(\text{těž}) = 0,0387 c$ ]

10) Jaká je prahová energie reakce  ${}^{12}\text{C}(n, d){}^{11}\text{B}$ . Jaká je energie deuteronu, který se rozptýlí do úhlu 20 stupňů, jestliže měl nalétávající neutron energii rovnou dvojnásobku energie prahové? [ $Q = -13,732 \text{ MeV}$ ,  $E_{\text{PRAH}} = 14,887 \text{ MeV}$ ,  $E_{\text{KIN}_D} = 15,7025 \text{ MeV}$ ]

11) Na jakou energii je potřeba urychlit proton, aby se po srážce s protonem v pevném terči vyprodukoval antiproton? Jaká energie je potřeba, jestliže se sráží s nukleonem v jádře a tento nukleon se pohybuje proti němu Fermiho pohybem a má kinetickou energii 25 MeV. [ $E_K = 5628 \text{ MeV}$  (6 klidových hmotností protonů),  $4292 \text{ MeV}$  (4,58 klidových hmotností protonů)]

12) Částice  $\Xi^0$  (hmotnost 1314,8 MeV) se rozpadá na hyperon  $\Lambda$  ( $m = 1115,7 \text{ MeV}$ ) a  $\pi^0$  mezon (hmotnost 135,0 MeV). Určete kinetickou energii a hybnost hyperonu a mezonu po rozpadu. [ $Q = 64,1 \text{ MeV}$ ,  $E_K(\text{hyperon}) = 8,1 \text{ MeV}$ ,  $E_K(\text{mezon}) = 56,0 \text{ MeV}$ ,  $p = 135,0 \text{ MeV}/c$ ]

13) Jaká je prahová energie pro produkci tauonu ( $m = 1776,8 \text{ MeV}/c^2$ ) při srážce tauonového neutrína s protonem v klidu? [ $E_{\text{PRAH}} = 3459,6 \text{ MeV}$ ]

14) Rychlost horké a husté zóny, která vznikne při srážce těžkých iontů je v laboratorní soustavě  $v = 0,85c$ . V těžišti má tato zóna rychlost 0 (tedy i nulovou rapiditu). Spočítejte, jakou rychlost má proton, který vyletí z této zóny pod úhlem  $\vartheta = 0^\circ$  a  $180^\circ$  v laboratorní soustavě, má-li v těžišťové soustavě rychlost  $v = 0,94c$ . Počítejte pomocí rapidity. Ověřte relativistickým skládáním rychlostí. [ $y=y_1+y_2 = 1,2562+1,7380=2,9942$ ,  $v = 0,9950 c$ ,  $y=y_1-y_2=-0,4818$ ,  $v = -0,45 c$ ]

15) V experimentu je potřeba prozkoumat v těžišťovém systému oblast rapidit  $-1,5 \div 1,5$ . V jaké oblasti rapidit musíme měřit v laboratorní soustavě, jestliže se těžiště pohybuje v laboratorní soustavě rychlostí  $0,932c$ . Jaký interval rychlostí tomu odpovídá? [rapidity od  $0,17$  až po  $3,17$ , rychlosti od  $0,168c$  do  $0,9965c$ ]

16) Dokažte, že součet Mandelstamových proměnných je roven součtu kvadrátů klidových hmotností všech zúčastněných částic.

### 3) Účinný průřez

1) Hliník ( $A_r = 26,98$ ,  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ ) má účinný průřez absorpce termálních neutronů  $0,23$  barnů. Jaká je absorpční délka termálních neutronů v hliníku? Jak poklesne jejich intenzita v  $0,6 \text{ mm}$ ,  $8 \text{ mm}$ ,  $80 \text{ mm}$  a jeden metr hliníku? [ $\lambda_{\text{abs}} = 0,721 \text{ m}$ , intenzita neutron klesne na  $99,92 \%$ ,  $98,89 \%$ ,  $89,49 \%$  a  $24,98 \%$ ]

2) Přírodní měď ( $\rho = 8930 \text{ kg/m}^3$ ) se skládá ze dvou izotopů  $^{63}\text{Cu}$  ( $69,1 \%$ ) a  $^{65}\text{Cu}$  ( $30,9 \%$ ). Pro termální neutrony jsou jejich účinné průřezy absorpce  $4,5$  barn a  $2,2$  barn. Jaká je absorpční délka termálních neutronů v mědi, jaký je makroskopicky účinný průřez? Jak poklesne intenzita termálních neutronů ve vrstvě mědi s tloušťkou  $0,5 \text{ mm}$ ,  $2 \text{ mm}$  a  $10 \text{ mm}$ . [ $\lambda = 0,0313 \text{ m}$ ,  $\Sigma = 31,9 \text{ m}^{-1}$ , pokles bude o  $1,58 \%$ ,  $6,19 \%$  a  $27,3 \%$ ].

3) Jaká je maximální pravděpodobnost interakce neutrína s danou energií při průletu Zemí, je-li účinný průřez interakce neutrína s nukleonem  $\sigma_{\text{vN}} = 10^{-14}$  barn, průměrná hustota Země  $\rho = 5500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a její poloměr  $R_Z = 6378 \text{ km}$ . [ $0,0042 \%$ ]

4) Totální účinný průřez proton s energií  $1 \text{ GeV}$  pro reakci s hliníkovou fólií (tloušťky  $10 \text{ mm}$ ) je  $0,8$  barn a účinný průřez reakce produkce  $^{24}\text{Na}$  je 15krát menší. Jaká je střední volná dráha proton? Jaká část svazku se pohltí a jaká část vyprodukuje sodík  $^{24}\text{Na}$ ? Hustota hliníku je  $2700 \text{ kg/m}^3$ ,  $A_r = 26,98$ . [ $\lambda = 0,207 \text{ m}$ , pohltí se  $4,71 \%$  svazku a  $0,31 \%$  vyprodukuje  $^{24}\text{Na}$ ]

5) Aktivační detektor neutronů z bismutu má je z fólie o tloušťce  $0,95 \text{ mm}$  a má tvar čtverce o straně  $1 \text{ cm}$ . Při ozařování se v něm indukovala aktivita, která je homogenně rozložena ve vzorku. Jaká část vyzářených směrem k detektoru gama při jeho proměření se pohltí samoabsorpcí? Jaké jsou absorpční délky v bismutu pro fotony gama s energií  $100 \text{ keV}$  a  $200 \text{ keV}$ . Celkový účinný průřez pro elektromagnetickou interakci fotonů gama těchto energií v bismutu je  $1999$  barn a  $359$  barn. Hustota bismutu je  $9780 \text{ kg/m}^3$  a jeho  $A_r = 208,98$ . [absorpční délka je  $0,178 \text{ mm}$  a  $0,991 \text{ mm}$ , pohltí se  $81,4 \%$  a  $35,7 \%$ ].

### 4) Vlastnosti jader (rozměry, hmotnosti, ...)

1) Pomocí Bohrova modelu atomu urči, jaké jsou poloměry a energie vnitřních slupek mionového atomu olova a vodíku. [ $E(\text{Pb}) = 18,91 \text{ MeV} \cdot (1/n^2)$ ,  $E(\text{H}) = 2,52 \text{ keV} \cdot (1/n^2)$  se započtením pohybu jádra,  $R(\text{Pb}) = 3,12 \text{ n}^2$ ]

2) Klasický cyklotron urychluje protony na energie  $14 \text{ MeV}$ . Jaký je průměr dráhy, ze které se vyvádějí urychlené protony, jestliže jeho magnet má intenzitu magnetického pole  $1,1 \text{ T}$ ? Jaká je frekvence urychlovače? Jaká je rychlost urychlených iontů? [ $R=0,49 \text{ m}$ ,  $f=16,9 \text{ MHz}$ ,  $v=0,173c$ ]

3) Obvod shromažďovacího prstence ESR v GSI Darmstadt je zhruba 108 m. Určete, jaká by musela být intenzita magnetického pole, aby se na této kruhové dráze udržela jádra  $^{198}\text{Au}$  urychlená na hybnost  $1280 \text{ A} \cdot \text{MeV}/c$ , pokud by byly magnety rozmístěny po celém obvodu rovnoměrně a obvod by byl kruhový (v reálu to tak není). Jaký bude rozdíl rychlosti a frekvenci oběhu jader  $^{198}\text{Au}$  a izomerního stavu  $^{198\text{m}}\text{Au}$  s energií  $811,7 \text{ keV}$ . Hybnost obou jader byla velmi přesně srovnána elektronovým chlazením. [ $B=0,62 \text{ T}$ ,  $\Delta f/f=\Delta v/v=1,52 \cdot 10^{-6}$ ,  $\Delta v=369 \text{ m/s}$ ,  $\Delta f=3,41 \text{ Hz}$ ]

4) Tandetron využívaný pro hmotnostní spektrometrii urychluje jednou nabitě ionty na energie zhruba  $4 \text{ MeV}$ . Jaká bude rychlost iontů  $^{12}\text{C}$  s touto energií, jaká bude energie iontů  $^{13}\text{C}$  a  $^{14}\text{C}$  se stejnou rychlostí? Jaký bude muset být poměr intenzity elektrického a magnetického pole, aby rychlostní filtr vybral právě tuto rychlost? Jaká bude muset být intenzita magnetického pole spektrometru, aby byl poloměr dráhy jednou ionizovaného iontu izotopu  $^{14}\text{C}$  právě  $60 \text{ cm}$ ? Jak se budou lišit poloměry různých izotopů uhlíku? [ $E/B = 7,44 \text{ MVm}^{-1}\text{T}^{-1}$ ,  $B = 1,79 \text{ T}$ ]

5) Jaká je hustota jádra  $^{198}\text{Au}$ , jaká je nukleonová hustota a hustota elektrického náboje? Hmotnost použijte z tabulek atomových hmotností a u rozměru předpokládejte lineární závislost na nukleonovém čísle ( $r_0 = 1,2 \text{ fm}$ ). Jaká je vazebná energie jádra a vazebná energie na jeden nukleon? Jaká je coulombická bariéra? Jakou energii potřebuje proton, aby tuto bariéru překonal, a jaká je jeho vlnová délka v poměru k poloměru tohoto jádra. [ $\rho = 0,23 \cdot 10^{18} \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_Q = 8,9 \cdot 10^{24} \text{ C/m}^3$ ,  $B = 1557,048 \text{ MeV}$ ,  $B/A = 7,90 \text{ MeV}$ ]

6) Jaký je rozdíl mezi elektrostatickou energií zrcadlových jader  $^{15}\text{N}$  a  $^{15}\text{O}$ ? Srovnajte je s rozdílem vazebných energií. [Pro  $R = 2,96 \text{ fm}$  je  $B_C(^{15}\text{O}) - B_C(^{15}\text{N}) = 4,38 \text{ MeV}$ , Experimentální rozdíl vazebných energií  $B(^{15}\text{O}) - B(^{15}\text{N}) = 3,54 \text{ MeV}$ ,  $R = 3,66 \text{ fm}$ ]

7) Jaká musí být vlnová délka protonu a elektronu, abyste prozkoumaly strukturu jader v oblasti nukleonového čísla 100 s přesností lepší než  $1 \%$  jejich rozměru? [ $R = 5,6 \text{ fm}$ ,  $E(e) = 11,13 \text{ GeV}$ ,  $E(p)=11,17 \text{ GeV}$  – srážejí se kvarky]

## 5) Modely jader (kapkový, Fermiho plyn, slupkový ...)

1) Určete pomocí Weizsäckerovy rovnice nejstabilnější izobaru s nukleonovým číslem 188. [ $Z = 77$  – odpovídá skutečnosti]

2) Určete z Fermiho modelu, jaký je rozdíl mezi Fermiho energií pro protony a neutrony u jádra uranu  $^{238}\text{U}$ ? Určete, jaká je střední kinetická energie protonů a jaká neutronů? [ $E_F(n)=38,13 \text{ MeV}$ ,  $E_F(p)=28,09 \text{ MeV}$ ,  $E_{\text{KIN}}(n)=22,88 \text{ MeV}$  a  $E_{\text{KIN}}(p)=16,85 \text{ MeV}$ ]

3) Určete z Weizsäckerovy formule hmotnosti jader  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{197}\text{Au}$  a  $^{238}\text{U}$ . Srovnajte se skutečnými hodnotami. Určete energii rozpadu elfa právě u jádra  $^{238}\text{U}$ , srovnajte se skutečnou hodnotou. [Weizsäcker:  $E_0(^{60}\text{Co}) = 55,8172 \text{ GeV}$ ,  $E_0(^{197}\text{Au}) = 183,4331 \text{ GeV}$ ,  $E_0(^{238}\text{U}) = 221,6850 \text{ GeV}$ , Reálné:  $E_0(^{60}\text{Co}) = 55,8145 \text{ GeV}$ ,  $E_0(^{197}\text{Au}) = 183,4328 \text{ GeV}$ ,  $E_0(^{238}\text{U}) = 221,6958 \text{ GeV}$ , Rozdíly jsou pro jádra asymetrická či blízko magických čísel až několik MeV, Energie rozpadu  $^{238}\text{U}$  tak nevychází]

## 6) Radioaktivní rozpad (průběh rozpadu, typy rozpadu ...)

1) Produktem rozpadu  $^{238}\text{U}$  je  $^{226}\text{Ra}$ . Určete poločas rozpadu  $^{238}\text{U}$ , jestliže na jedno jádro  $^{226}\text{Ra}$  připadá  $2,8 \cdot 10^6$  jader  $^{238}\text{U}$  a poločas rozpadu  $^{226}\text{Ra}$  je 1620 let. [ $T_{1/2}(^{238}\text{U}) = 4,5$  miliard let]

2) Určete hmotnost olova, které se vytvoří z 1 kg  $^{238}\text{U}$  za dobu srovnatelnou s dobou existence Země ( $2,5 \cdot 10^9$  let). Poločas rozpadu  $^{238}\text{U}$  je  $4,46 \cdot 10^9$  let. [ $m(\text{Pb}) = 0,279$  kg]

3) Při ozařování vzorku zlata neutrony byla rychlost nárůstu aktivity různých jeho radioizotopů tato:  $^{196}\text{Au}$  190 Bq/s,  $^{194}\text{Au}$  300 Bq/s a  $^{193}\text{Au}$  pak 120 Bq/s. Na začátku ozařování byl zlatý vzorek bez aktivity. Jaká byla aktivita jednotlivých radionuklidů po 15 hodinách ozařování a pěti hodinách chladnutí vzorku? Poločasy rozpadu jednotlivých radionuklidů jsou 6,183 d, 38,02 h a 17,65 h. [ $A(^{196}\text{Au}) = 9,9$  MBq,  $A(^{194}\text{Au}) = 14,2$  MBq,  $A(^{193}\text{Au}) = 4,5$  MBq]

4) Po odstavení reaktoru v něm je značné množství jódu 135 (poločas rozpadu 6,58 h), ten je častým produktem štěpení a zároveň relativně málo absorbuje neutrony. Xenon 135 (poločas rozpadu 9,17 h), vzniká ve štěpení v daleko nižší míře a navíc má velmi velký účinný průřez zachytu neutronů. Po odstavení reaktoru je v něm značné množství jódu 135 a zanedbatelné množství xenonu 135, ten následně vzniká v rozpadu jódu 135. Zjistěte, jaký bude poměr mezi množstvím jader xenonu a jódu 135 po 12 hodinách od odstavení? Jaký bude poměr aktivit? [ $N_2/N_1 = 2,212$ ,  $A_2/A_1 = 1,090$ ]

5) V reakci  $(n,3n)$  vzniká z yttria 89 izomerní stav yttria 87, který se s poločasem rozpadu 13,38 hodin rozpadá na základní stav yttria 87. Zároveň se produkuje v této reakci i základní stav yttria, který se rozpadá s poločasem rozpadu 79,8 hodin. Při ozařování vzorku yttria neutrony z neutronového zdroje se generuje za minutu aktivita 355 Bq izomerního stavu yttria 87 a aktivita 21 Bq základního stavu. Určete, jak bude aktivita základního a izomerního stavu yttria 87 po 20 hodinách ozařování. [ $A(\text{izomer}) = 411,2$  kBq,  $A(\text{základní}) = 48,5$  kBq]

6) Vzorek horniny o hmotnosti 50 g obsahuje 20 % draslíku, v němž je obsaženo 0,012 % přirozeného radionuklidu  $^{40}_{19}\text{K}$ . Poločas přeměny tohoto radionuklidu je  $1,3 \cdot 10^9$  roků. Určete aktivitu vzorku horniny a počet jader radionuklidu. [ $A = 312$  Bq]

7) Radioaktivní uhlík  $^{14}\text{C}$  má poločas rozpadu 5700 let. Máme vzorek historické kosti o hmotnosti 25 g (separovaný uhlík) a detektor zaznamená 120 rozpadů za minutu. Jaký je počet jader  $^{14}\text{C}$  ve vzorku? Jaké je stáří vzorku, jestliže je poměr mezi radioaktivním a stabilním uhlíkem v atmosféře  $1,3 \cdot 10^{-12}$ ? [ $t = 9430$  let]

8) V rozpínajícím se vesmíru máme oblast o tvaru koule, ve které jsou homogenně rozmístěné neinteragující nestabilní částice. Jak se změnil poloměr oblasti (jak rychlé je rozpínání) za dobu dvou poločasů rozpadu částice, jestliže za tuto dobu hustota částic poklesla 30 krát? [zvětšení poloměru 1,96krát]

9) Při ozařování aktivačního detektoru vysokoenergetickými neutrony se naindukovala aktivita 450 kBq radionuklidu  $^{201}\text{Bi}$ . Ten se s poločasem rozpadu 1,8 hod rozpadá na radionuklid  $^{201}\text{Pb}$ , který má poločas rozpadu 9,3 hod. Na konci ozařování byla aktivita radionuklidu  $^{201}\text{Pb}$  pouze 7 kBq. Jak dlouho po konci ozařování byla aktivita radionuklidu  $^{201}\text{Pb}$  maximální a jaká byla? [ $t = 5,086$  h,  $A = 63,48$  kBq]

10) Jádru  $^{112}\text{Pd}$  se s poločasem rozpadu 21 hod rozpadá na  $^{112}\text{Ag}$ , které se rozpadá s poločasem rozpadu 3,20 hod. Aktivita  $^{112}\text{Pd}$  byla na začátku 278 kBq a aktivita  $^{112}\text{Ag}$  pak 670 kBq. Kdy a při jaké hodnotě bylo dosaženo maxima aktivity  $^{112}\text{Ag}$ ? Kdy se aktivity  $^{112}\text{Pd}$  a  $^{112}\text{Ag}$  vyrovnaly? [ $t = 0$  h,  $A = 670$  kBq, nevyrovnejí se]

11) Radionuklid uhlíku  $^{14}\text{C}$  vzniká reakcí neutronů produkovaných při srážkách částic kosmického záření v atmosféře s jádru dusíku  $^{14}\text{N}$  s účinným průřezem 1,82 barn. Tok neutronů je menší nebo rovné  $2,0 \cdot 10^4 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$  (dost se mění v čase a také s výškou). Za normálních podmínek tvoří dusík  $\text{N}_2$  78,08 % a oxid uhličitý pak 0,03 % objemu vzduchu. Odhadněte poměr mezi množstvím izotopu uhlíku  $^{14}\text{C}$  a  $^{12}\text{C}$ ? Jaká by v případě tohoto poměru byla měrná aktivita lidského těla?

## 7) Experimentální technika

1) Cyklotron má poloměr 0,75 m. Jaká musí být intenzita magnetického pole, aby urychlil jádru helia na energii 35 MeV? Jaká je frekvence tohoto urychlovače? Jak se zvýšila hmotnost helia vlivem speciální teorie relativity? [ $B = 1,13$  T,  $f = 9,0$  MHz, zvýšení hmotnosti 0,94 %]

2) Synchrotron urychluje protony z kinetické energie 1 GeV na energii 24 GeV. Jaký rozsah magnetického pole musí mít, aby jeho poloměr byl 85 m. Předpokládejme, že jsou magnety po celém jeho obvodu. Jak se musí měnit frekvence urychlovače? [ $B = 0,0665 - 0,977$  T,  $f = 0,49 - 0,56$  MHz]

3) Odvoďte vztah pro prahovou energii produkce páru elektronu a pozitronu při interakci gama fotonu ve hmotě. A určete, jaká je v případě, že se bude produkovat v blízkosti elektronu a jádra. [v poli jádra  $E_{\text{prah}} = 2E_{0e}$ , v poli elektronu  $E_{\text{prah}} = 4E_{0e}$ ]

4) Jakou energii předal foton s energií 2,3 MeV elektronu, když se Comptonovsky rozptýlil do úhlu  $125^\circ$ ? Do jakého úhlu bude vyzařovat čerenkovské záření ve vodě? [ $E_{\text{KINe}} = 2,015$  MeV,  $\theta = 40,0^\circ$ ]

5) Foton s energií 1,5 MeV se Comptonovsky rozptýlil. Jaký byl úhel rozptylu a jeho energie, jestliže elektronu předal energii 930 keV? Jaké magnetické pole má magnetický spektrometr elektronů, ve kterém má tento elektron poloměr dráhy 15 cm? [ $\vartheta = 63,63^\circ$ ,  $E_\gamma = 570$  keV,  $B = 0,97$  T]

6) Jaká je střední hodnota vzdálenosti, kterou uletí částice lambda v dráhovém detektoru, jestliže je její kinetická energie 2 GeV. Jaké budou úhly, do kterých vyletí proton a mezon pí, na které se tato částice rozpadne, pokud se v těžišti rozpadnou kolmo ke směru pohybu vůči laboratoři, jaké budou v případě, že v těžišti vyletěl proton pod úhlem  $40^\circ$ ? [ $l = 20,58$  cm,  $\vartheta(p) = 6,54^\circ$ ,  $\varphi(\pi) = 32,11^\circ$ ,  $\vartheta(p) = 4,17^\circ$ ,  $\varphi(\pi) = 24,29^\circ$ ]

7) Jaká je doba letu pionu s kinetickou energií 250 MeV od terče do detektoru vzdáleného 10 m od tohoto terče? Jaká je pravděpodobnost, že do této vzdálenosti doletí neutrální a nabitý pí mezon? Jaká by musela být energie neutrálního pí mezonu, aby pravděpodobnost, že doletí do vzdálenosti 1 cm, byla deseti tisícina procenta? V případě, že jde o neutrální pí mezon, jaký je úhel mezi vzniklými fotony, jestliže energie jednoho z nich je 100 MeV? [ $t = 35,6$  ns, neutrální je zanedbatelná, nabitý  $P = 61,1\%$ ,  $E_{\text{KIN}} = 3,63$  TeV,  $\theta = 47,1^\circ$ ]



8) Relativistický nabitý pí mezon s kinetickou energií 98 MeV se rozpadá na mion a neutrino. Jaké budou energie neutrina a mionu, jestliže mion byl vyzářen do úhlu 8,5 stupňů proti původnímu směru letu pí mezonu? Do jakého úhlu bylo vyzářeno neutrino?

9) Při anihilaci protonu a antiprotonu vznikly pí minus mezon, pí plus mezon a éta mezon. Anihilace proběhla v klidu. Jaká je maximální možná energie vzniklého éta mezonu? Éta mezon se rozpadá na dva pí nula mezony. Jaký je minimální úhel mezi výletem těchto pí nula mezonů?

### 8) Jaderné reakce

1) Terčik z přírodního lithia tloušťky 1.5 cm je ozařován svazkem tepelných neutronů. Určete pro tento terčik výtěžek reakce  ${}^6\text{Li}(n,\alpha){}^3\text{H}$ , je-li její účinný průřez 940 barn a izotop  ${}^6\text{Li}$  je v přírodní směsi zastoupen 7,5% (v přírodní směsi lithia jsou 2 stabilní izotopy,  ${}^6\text{Li}$  a  ${}^7\text{Li}$ , průřez  ${}^7\text{Li}$  zanedbejte).

2) Jaká energie v joulech se uvolní při termojaderné fúzi 1 g deuteria s odpovídající hmotnosti tritia, jaká bude hmotnost vzniklého helia?